**ГАОУ ВО города Москвы**

**«МОСКОВСКИЙ ГОРОДСКОЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»**

**кафедра высшей математики и методики преподавания математики**

**ПРОГРАММА КУРСА «АЛГЕБРА»**

**Направление «Педагогическое образование», профиль «Математика»,**

**первый курс, второй семестр, 2017/18 уч. год,**

**4 часа лекций, 10 часов практических занятий,**

**1 коллоквиум, 2 контрольные работы, экзамен.**

**Преподаватель: доцент, к.ф-м.н. Бажанова Екатерина Николаевна**

**1. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ЕЕ РАЗДЕЛЫ**

**Модуль 1. Первоначальные понятия теории множеств и элементы комбинаторики.**

Множество. Подмножество. Пустое множество. Операции над множествами. Свойства операций над множествами. Отображения и их свойства. Композиция отображений.Обратное отображение.

Подстановки.Четная и нечетная подстановки. Транспозиции. Разложение подстановки в произведение транспозиций.Разложение подстановки в произведение независимых циклов.

**Модуль 2. Числовые множества.**

Отношение делимости целых чисел и его свойства. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель и его свойства. Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД. Взаимно простые числа. Простые числа. Наименьшее общее кратное. Разложение составных чисел на простые множители. Бесконечность множества простых чисел.

Сравнения. Сравнения и их свойства. Классы вычетов по данному модулю. Полная система вычетов и ее свойства. Классы вычетов. Приведенная система вычетов. Обратимые элементы во множестве классов вычетов. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма.

Алгебраическая форма записи комплексного числа.Тригонометрическая форма записи комплексного числа.Операции над комплексными числами в тригонометрической форме. Извлечение корней из комплексных чисел.

**Модуль 3. Основные алгебраические структуры.**

Бинарная алгебраическая операция.Нейтральный и симметричный элементы множества. Группоид. Полугруппа. Моноид. Группа. Примеры групп. Порядок элемента группы.Подгруппа. Критерий Подгруппы. Изоморфизм групп. Кольцо и поле.

**2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И**

**ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

**ЛИТЕРАТУРА**

**Литература основная:**

1. Ведерников В.А., Демина Е.Н. Элементы теории групп: Учебное пособие. – М.: МГПУ, 2014. – 125 с.
2. Винберг Э.Б. Курс алгебры. – М.: Факториал Пресс, 2001. – 544 с.
3. Глухов М.М., Елизаров В.П., Нечаев А.А. Алгебра: учебник в 2-х т. – Т.1. – М.: Гелиос АРВ, 2003. – 336 с.
4. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебра: Учебное пособие 5-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2007. – 416 с.

**Литература дополнительная:**

1. Алгебра и теория чисел: Учеб. пособие для студентов-заочников II курса физ.-мат. фак. пед. ин-ов / Н.А. Казачек, Г.Н. Перлатов, Н.Я. Виленкин и др. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 1984. – 192 с.
2. Бухштаб А.А. Теория чисел. – М.: Просвещение, 1966. – 384 с.

**ПЛАН ЛЕКЦИЙ**

**Модуль 1-2. Первоначальные понятия теории множеств и элементы комбинаторики. Числовые множества.**

**Лекция 1.** Первоначальные понятия теории множеств. Элементы комбинаторики. Теория делимости целых чисел.

**Модуль 2-3. Числовые множества. Основные алгебраические структуры.**

**Лекция** **2**. Теория сравнений. Комплексные числа. Множества с бинарными отношениями.

**ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ**

**Модуль 1. Первоначальные понятия теории множеств и элементы комбинаторики.**

1. Множество. Подмножество. Пустое множество.

2. Операции над множествами и их свойства.

3. Отображения и их свойства. Композиция отображений.

4. Подстановки.

5. Четная и нечетная подставновки. Транспозиции. Разложение подстановки в произведение транспозиций.

6. Разложение подстановки в произведение независимых циклов.

**Модуль 2. Числовые множества.**

7. Отношение делимости целых чисел и его свойства.

8. Теорема о делении с остатком.

9. Наибольший общий делитель (НОД) и его свойства.

10. Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД.

11. Взаимно простые числа.

12. Наименьшее общее кратное (НОК).

13. Простые числа. Решето Эратосфена.

14. Разложение составных чисел на простые множители.

15. Сравнения и их свойства.

16. Классы вычетов по данному модулю.

17. Полная система вычетов.

18. Приведенная система вычетов.

19. Обратимые элементы во множестве классов вычетов.

20. Функция Эйлера.

21. Теоремы Эйлера и Ферма.

22. Определение комплексных чисел. Алгебраическая форма записи комплексного числа.

23. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.

24. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.

**Модуль 3. Основные алгебраические структуры.**

25. Бинарная алгебраическая операция.

26. Нейтральный и симметричный элементы множества. Группоид. Полугруппа. Моноид.

27. Группа. Примеры групп. Порядок элемента группы.

28. Подгруппа. Критерий подгруппы. Изоморфизм групп.

29. Кольцо. Подкольцо. Критерий подкольца. Характеристика кольца. Обратимые элементы кольца.

30. Поле. Подполе. Критерий подполя.

**ПЛАН ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ**

**Модуль 1. Первоначальные понятия теории множеств и элементы комбинаторики.**

**Занятие 1.** Первоначальные понятия теории множеств и элементы комбинаторики.

**Модуль 2. Числовые множества.**

**Занятие 2.** Теория делимости целых чисел. Теория сравнений.

**Занятие 3.** Комплексные числа.

**Модуль 3. Основные алгебраические структуры.**

**Занятие 4.** Множества с бинарными опреациями.

**Занятие 5.** Контрольная работа №1.

*Нулевой вариант контрольной работы №1*

**№1.** Докажите тождество: $(A∪B)\(A∩B)=(A\B)∪(B\A)$.

**№2.** Докажите, что произведение пяти последовательных целых чисел делится на 5.

**№3.** Пользуясь алгоритмом Евклида, найдите НОД чисел $a$ и $b$ и его линейное представление, по формуле $\left[a,b\right]=\frac{ab}{(a,b)}$ найти НОК:

$$a=7711, b=1122.$$

**Ответ:** $11=47a+(-323)b$.

**№4.** Найдите остаток от деления: $3^{20}$ на $28$.

**Ответ:** 9.

**№5.** Представить комплексные числа $z\_{1}=1+i$ и $z\_{2}=\sqrt{3}-i$ в тригонометрической форме и найти: 1) $z\_{1}∙z\_{2}$; 2)$ \frac{z\_{1}}{z\_{2}}$; 3) $z\_{1}^{10}$; 4) $\sqrt[3]{z\_{2}}$.

**Ответ:** $1) z\_{1}∙z\_{2}=4(cos\frac{π}{12}+isin\frac{π}{12})$. 2)$ \frac{z\_{1}}{z\_{2}}=cos\frac{5π}{12}+isin\frac{5π}{12}$.

3) $z\_{1}^{10}=2^{10}(cos\frac{5π}{2}+isin\frac{5π}{2})$. 4) $\sqrt[3]{z\_{2}}=\sqrt[3]{2}(cos\frac{π}{18}-isin\frac{π}{18})$,

$\sqrt[3]{2}(cos\frac{11π}{18}+isin\frac{11π}{18})$,$ \sqrt[3]{2}\left(cos\frac{23π}{18}+isin\frac{23π}{18}\right).$

**№6.** Доказать, что $G=(Q\\{1\},\*)$, где $a\*b=ab-a-b+2$, является группой. Является ли $H=(N\\{1\},\*)$ подгруппой группы $G$?

**Ответ:** Единичный элемент группы: 2. $H$ не является подгруппой в $G$, т.к. если $a\in H$, то $a^{-1}=\frac{a}{a-1}\notin H$.

Департамент образования города Москвы

Государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования города Москвы

«МОСКОВСКИЙ ГОРОДСКОЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики, информатики и естественных наук

Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

**ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Наименованиедисциплины / курса | Уровень образования | Статус дисциплины в рабочем учебном плане | Количество зачетных единиц | Форма отчетности | Курс, семестр |
| **Алгебра** | *Бакалавриат* | Б3вариативная часть | 3 | экзамен | 1 курс,2 семестр |

|  |
| --- |
| **Модули 1, 2, 3.**  |
| **Тема или задание текущей****аттестационной работы** | Виды текущей аттестации | Аудиторная или внеаудиторная | Минимальное количество баллов | Максимальное количество баллов |
| *Посещение лекционных и практических занятий, дисциплинированность, культура поведения**(7 занятий)* | Посещаемость(на каждом занятии 1 балл) | Аудиторная | 0 | 7 |
| *Выполнение семестрового задания – академическая и коммуникативная компетенция**(1 задание)* | Проверка семестрового задания | Аудиторная и внеаудиторная | 0 | 56 |
| *Выполнение контрольной работы– академическая компетенция**(1 работа)* | Письменная работа | Аудиторная | 0 | 20 |
| *Коллоквиум по материалам модуля – академическая и коммутативная компетенция**(1 теоретический вопрос)* | Собеседование | Внеаудиторная | 0 | 10 |
| *Итого* |  |  | 0 | **93** |

При условии выполнения всех видов работ обучающийся может набрать максимально 93 балла. Необходимый минимум для допуска к промежуточной аттестации 51 балл.

**Дополнительные требования для студентов, отсутствующих на занятиях по уважительной причине:** устное или письменное собеседование по тематике пропущенных занятий, выполнение заданий практических занятий, выполнение контрольных и письменных работ.

**Форма промежуточной аттестации:** экзамен – максимальное количество баллов 20 дополнительно к набранным (в билете 2 вопроса, ответ на каждый из которых оценивается в 10 баллов).

При этом баллы за коллоквиум (максимум 10) автоматически переносятся за ответ на первый вопрос экзаменационного билета. В случае неудовлетворенности баллами за коллоквиум, его можно пересдать на экзамене, ответив на первый вопрос билета.

**Таблица соответствия с пятибалльной системой оценки знаний**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Баллы | 0 ‑ 50 | 51 ‑ 65 | 66 ‑ 80 | 81 ‑ 100 |
| Оценка | Неудовлетворительно (не зачтено) | Удовлетворительно (зачтено) | Хорошо(зачтено) | Отлично(зачтено) |

Составитель

Доцент, к.ф.-м.н. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Е.Н. Бажанова

Рабочий учебный план курса «Алгебра» обсужден и утвержден на заседании кафедры высшей математики и методики преподавания математики, протокол № \_\_\_\_ заседания кафедры от «\_\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_\_  г.