

Контрольная работа

0 вариант

№1. Докажите тождество: $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

№2. Докажите, что произведение пяти последовательных целых чисел делится на 5.

№3. Пользуясь алгоритмом Евклида, найдите НОД чисел a и b и его линейное представление, по формуле $[a, b] = \frac{ab}{(a,b)}$ найти НОК: $a = 7711, b = 1122$.

Ответ: $11 = 47a + (-323)b$.

№4. Найдите остаток от деления: 3^{20} на 28.

Ответ: 9.

№5. Представить комплексные числа $z_1 = 1 + i$ и $z_2 = \sqrt{3} - i$

в тригонометрической форме и найти: 1) $z_1 \cdot z_2$; 2) $\frac{z_1}{z_2}$; 3) z_1^{10} ; 4) $\sqrt[3]{z_2}$.

Ответ: 1) $z_1 \cdot z_2 = 4(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12})$.

2) $\frac{z_1}{z_2} = \cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12}$.

3) $z_1^{10} = 2^{10}(\cos \frac{5\pi}{2} + i \sin \frac{5\pi}{2})$.

4) $\sqrt[3]{z_2} = \sqrt[3]{2}(\cos \frac{\pi}{18} - i \sin \frac{\pi}{18}), \sqrt[3]{2}(\cos \frac{11\pi}{18} + i \sin \frac{11\pi}{18}), \sqrt[3]{2}(\cos \frac{23\pi}{18} + i \sin \frac{23\pi}{18})$.

№6. Доказать, что $G = (\mathbb{Q} \setminus \{1\}, *)$, где $a * b = ab - a - b + 2$, является группой. Является ли $H = (\mathbb{N} \setminus \{1\}, *)$ подгруппой группы G ?

Ответ: Единичный элемент группы: 2.

H не является подгруппой в G , т.к. если $a \in H$, то $a^{-1} = \frac{a}{a-1} \notin H$.