**Домашнее задание №6.**

*Нулевой вариант контрольной работы №1*

**№1.** Доказать, что множество *G* ={*e*, *f*, *g*, *h*} является группой относительно операции умножения подстановок. Найти порядок группы, порядки всех ее элементов, подгруппы. Является ли группа абелевой, циклической?

,

, .

**Ответ:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *\** | *e* | *f* | *g* | *h* |
| *e* | *e* | *f* | *g* | *h* |
| *f* | *f* | *g* | *h* | *e* |
| *g* | *g* | *h* | *e* | *f* |
| *h* | *h* | *e* | *f* | *g* |

|*G*| = 4, |*e*| = 1, |*f*| = 4, |*g*| = 2, |*h*| = 4. Подгруппы: *E*, {*e,g*}, *G*.

Группа абелева. Группа циклическая *G* = <*f*> = <*h*>.

**№2.** Пусть – циклическая группа порядка 20. Найти:

1) порядки всех элементов в G;

2) все подгруппы группы *G*;

3) разложение в правые и левые смежные классы группы *G* по всем ее собственным подгруппам.

**Ответ:**

1. G = {1, g, g2, g3, g4, g5, g6, g7, g8, g9, g10, g11, g12, g13, g14, g15, g16, g17, g18, g19}.

|1| = 1, |g| = 20, | g2|=10, | g3|=20, | g4|=5, | g5|=4, | g6|=10, | g7|=20, | g8|=5, | g9|=20, | g10|=2, |g11|=20, | g12|=5, | g13|=20, | g14|=10, | g15|=4, |g16|=5, | g17|=20, | g18|=10,

| g19|=20.

1. Подгруппы: *E* = <1>={1}, *H*1 = < g10>={1, g10},

*H*2 = < g5>=< g15>={1, g5, g10, g15},

*H*3 = <g4>=<g8>=<g12>=<g16>={1, g4, g8, g12, g16}, *H*4=<g2>=<g6>=<g14>=<g18>={1, g2, g4, g6, g8, g10, g12, g14, g16, g18}, *G*=<g>=<g3>=<g7>=<g9>=<g11>=<g13>=<g17>=< g19>

1. *,* |*G*:*H*1| = 10.

, |*G*:*H*2| = 5.

, |*G*:*H*3| = 4.

, |*G*:*H*4| = 2.

**№3.** Найдите порядок и индекс циклической группы, порожденной подстановкой

в *S*4.

Будет ли эта циклическая подгруппа нормальной в *S*4?

**Ответ:**=

Так как  *S*4,  *S*4, но

то .

**№4.** Построить фактор-группу . Составить таблицу сложения ее элементов.

**Ответ:***.*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *+* |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

**№5.** Найти все гомоморфизмы циклической группы порядка 12 в циклическую группу порядка 8. Указать ядро каждого гомоморфизма.

**Ответ:**

, ,

, ,

, ,

, .