**Домашнее задание №9**

*Кольцо и поле.*

**№1.** Доказать, что множество $Z$ является коммутативным кольцом с единицей относительно операций $⨁$ и $⊙$, если:

$$a⨁b=a+b+1, a⊙b=ab+a+b. $$

**№2.** Является ли отображением $f$ гомоморфизмом следующих колец $K\_{1}$ и $K\_{1}$?

1. $K\_{1}=Z$, $K\_{2}=Z\_{m}$,

$f: Z⟶Z\_{m}$ по правилу $f\left(a\right)=\overbar{a}$, $∀a\in Z$.

1. $K\_{1}=Q\left[\sqrt{2}\right]=\{a+b\sqrt{2}|a,b\in Q\}$, $K\_{2}=Q$,

$f: Q\left[\sqrt{2}\right]⟶Q$ по правилу $f\left(a+b\sqrt{2}\right)=a$, $∀a+b\sqrt{2}\in Q\left[\sqrt{2}\right]$.

**№3.** Докажите, что множество $Q\left[\sqrt{3}\right]=\{a+b\sqrt{3}|a,b\in Q\}$ является полем относительно операций сложения и умножения действительных чисел.